Aufgaben zu linearen Funktionen

1 Bestimmen Sie, welche der Punkte P(1/-1), Q(-1/1), R(-2/3) und S(3/-7) auf der Geraden g mit dem y- Achsenabschnitt –1 und der Steigung -2 liegen. Falls der Punkt nicht auf der Geraden g liegt, überlegen Sie jeweils, ob er oberhalb oder unterhalb der Geraden g liegt.

2.0 Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden, die durch P geht und die Steigung m hat.

2.1 P(2/5) m = 3

2.2 P(4/-2) m = 0

2.3 P(-3/1) m = -1

2.4 P(1,5/0,5) m = -4

3.0 Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden, die durch die Punkte P und Q geht.

3.1 P(4/4) und Q(6/7)

3.2 P(0/-3) und Q(-1/-4)

3.3 P(2/4) und Q(0/6)

3.4 P(-1,5/0) und Q(1,5/-6)

4.0 Ermitteln Sie, ob die drei Punkte auf einer Geraden liegen.

4.1 A (5/3), B (-10/0), C (1/2,2)

4.2 A (-3/8), B (2,5/-7), C (2/-5)

5 Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden, die zu der Geraden mit der Gleichung $y=-\frac{3}{4}x+\frac{3}{8}$ parallel ist und die y-Achse in $P(0/\frac{6}{7})$ schneidet.

6.0 Gegeben sind die Punkte P(-0,5/3,4) und Q(2,5/1).

6.1 Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der linearen Funktion g, die durch die Punkte P und Q geht.
Teilergebnis: g: y = -0,8x + 3

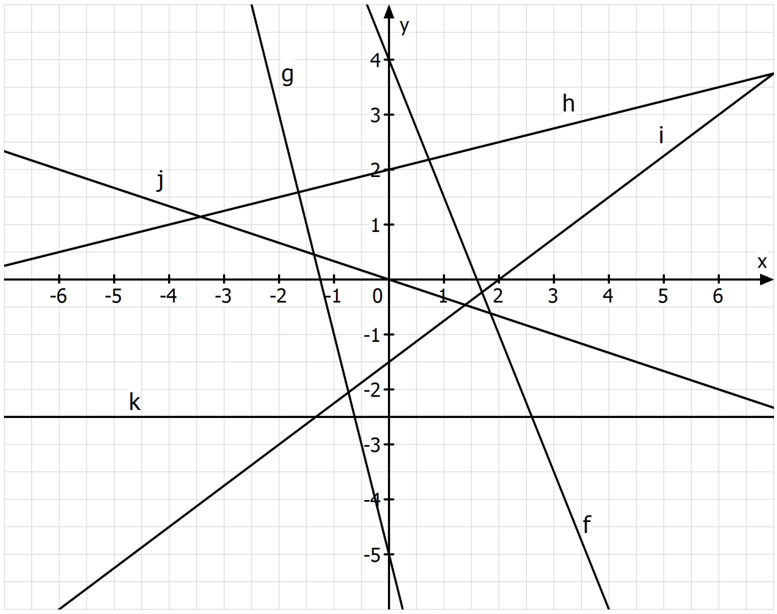
6.2 Berechnen Sie die Schnittpunkte dieser Funktion g mit den Koordinatenachsen.

6.3 Zeigen Sie, dass die Gerade h mit der Gleichung h: y = 1,25x - 4 senkrecht auf der Geraden g steht.

6.4 Bestimmen Sie eine Gerade s, die parallel zur Geraden h verläuft und durch den Punkt Q(-2/-5) geht.

6.5 Berechnen Sie die Schnittpunkte der Geraden s und h mit der Geraden g.

7 Geben Sie die Funktionsgleichungen der abgebildeten Geraden an.



8.0 Ebru möchte wissen, wie hoch der Wasserverbrauch beim Baden ist. Deshalb füllt sie zunächst einen Eimer mit Wasser und stellt fest, dass pro Minute 10 l Wasser fließen.

8.1 Geben Sie eine Funktionsgleichung an, die diesen Sachverhalt beschreibt.

8.2 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion.

8.3 Bestimmen Sie anhand der Zeichnung den Zeitpunkt, zu dem sich 30 l Wasser in der Wanne befinden und überprüfen Sie den Wert rechnerisch.

8.4 Ebru lässt das Wasser 12 Minuten laufen. Geben Sie den Wasserverbrauch an und markieren Sie den Punkt am Graphen.

9.0 Die Downloadgeschwindigkeit soll annähernd als konstant angenommen werden.

9.1 Ermitteln Sie, wie lange der Download einer 15 MB großen Datei dauern würde, wenn die Downloadrate 1,1 MB/sec beträgt.

9.2 Geben Sie eine Funktionsgleichung an, die die Downloaddauer in Abhängigkeit der Dateigröße beschreibt.

9.3 Von einer großen Datei wurden in einer Minute 75 % heruntergeladen. Berechnen Sie, wie lange der Download noch dauert.

10.0 Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Nullstellen und geben Sie außerdem den jeweiligen y-Achsenschnittpunkt an.

10.1 $f(x)=\frac{3}{2}x-4$ 10.2 $f(x)=-2(x-1)$ 10.3 $f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}$

11.0 Untersuchen Sie die durch die Funktionsgleichungen gegebenen Geraden f und g auf gemeinsame Punkte und berechnen Sie alle reellen Werte von x, für die die Gerade f oberhalb der Geraden g verläuft.

11.1 $f(x)=\frac{3}{4}x-\frac{27}{4}$ $g(x)=x-8$

11.2 $f(x)=\frac{3}{4}x+\frac{7}{2}$ $g(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{13}{2}$

11.3 $f(x)=2x+2$ $g(x)=2x+6$

12.0 Die drei Geraden mit den Funktionsgleichungen $f(x)=-2x+4$, $g(x)=2x-2$ und $h(x)=4$ schließen ein Dreieck ein.

12.1 Bestimmen Sie zeichnerisch und rechnerisch die Eckpunkte des Dreiecks.

12.2 Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.

13 Gegeben sind die beiden Geraden g und h mit den Gleichungen $g(x)=2x+3$ und $h(x)=mx-3, D=\mathbb{R}, m\in\mathbb{R}$.
Bestimmen Sie alle Werte von m, für die der Schnittpunkt der beiden Geraden g und h im III. Quadranten des Koordinatensystems und oberhalb der Geraden mit der Gleichung y = -3 liegt.

14.0 Maria möchte sich nach bestandener Führerscheinprüfung ein Auto kaufen. Sie hat sich im Internet informiert und nach dem Benzinverbrauch erkundigt. Drei Modelle gefallen ihr sehr gut, von denen sie die untenstehenden Daten ermittelt hat. Maria ist sich unsicher, welches Auto im Unterhalt am wirtschaftlichsten ist.

	Fixkosten im Monat	Variable Kosten je km
Modell A	260 €	0,14 €
Modell B	190 €	0,24 €
Modell C	220 €	0,18 €

14.1 Stellen Sie für die drei Automodelle die Funktionsgleichungen der Gesamtkosten auf.

14.2 Zeichnen Sie die Graphen der drei Kostenfunktionen in ein geeignetes Koordinatensystem.

14.3 Berechnen Sie, bei welcher Kilometerzahl je zwei Modelle zu gleich hohen Kosten führen.

14.4 Welches Modell empfehlen Sie, wenn sie je Monat 800 km mit dem Auto fahren wird ?

14.5 Empfehlen Sie Maria für unterschiedliche Kilometerzahlen jeweils das passende Modell.

15.0 Um 13:42 Uhr fährt am Bahnhof Astadt ein Güterzug A mit der Geschwindigkeit $v_A = 35\frac{km}{h}$ in Richtung des Bahnhofs Beburg ab. Zur gleichen Zeit fährt vom 175 km entfernten Bahnhof Beburg auf dem Gegengleis ein Schnellzug B mit einer Geschwindigkeit von $v_B = 125\frac{km}{h}$ in Richtung Astadt ab.

15.1 Berechnen Sie, in welcher Entfernung s_A von Astadt sich der Güterzug A um 15:42 Uhr befindet und stellen Sie seine Fahrt in einem t-s-Diagramm dar.

15.2 Ermitteln Sie, welche Fahrzeit der Schnellzug B bis nach Astadt benötigt und stellen Sie auch seine Fahrt im Diagramm dar.

15.3 Entnehmen Sie Ihrem Diagramm Zeitpunkt und Ort, zu dem sich die beiden Züge begegnen und überprüfen Sie Ihre Ergebnisse rechnerisch.

Lösungen

1 g: y = -2x –1 $\quad P \notin g$ (P liegt oberhalb der Geraden g)
$Q \in g$, $R \in g$ und $S \in g$

2.1 $f(x) = 3x - 1$

2.2 $f(x) = -2$

2.3 $f(x) = -x - 2$

2.4 $f(x) = -4x + 6{,}5$

3.1 $m = \frac{7-4}{6-4} = \frac{3}{2} \qquad \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + t$

Bestimmung von t: Punkt P_1 einsetzen $\Rightarrow 4 = \frac{3}{2} \cdot 4 + t \quad \Rightarrow t = -2$

$\Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 2$

3.2 $m = \frac{-4-(-3)}{-1-0} = \frac{-1}{-1} = 1 \qquad \Rightarrow y = x + t$

Punkt P_2 einsetzen: $\Rightarrow -4 = -1 + t \quad \Rightarrow t = -3$

$\Rightarrow y = x - 3$

3.3

$m = \frac{6-4}{0-2} = \frac{2}{-2} = -1 \qquad \Rightarrow y = -x + t$

$\Rightarrow y = -x + 6$

3.4

$m = \frac{-6-0}{1{,}5-(-1{,}5)} = \frac{-6}{3} = -2 \qquad \Rightarrow y = -2x + t$

$P(-1{,}5 / 0)$ einsetzen: $0 = -2(-1{,}5) + t \quad \Rightarrow t = -3$

$\Rightarrow y = -2x - 3$

4.1 Gerade durch die Punkte A und B bestimmen:

$m = \frac{3-0}{5-(-10)} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \qquad \Rightarrow y = \frac{1}{5}x + t$

Punkt B einsetzen: $\Rightarrow 0 = \frac{1}{5} \cdot (-10) + t \quad t = 2$

$\Rightarrow g: y = \frac{1}{5}x + 2$

Liegt Punkt C auf der Geraden ?

C (1/2,2) einsetzen: $2{,}2 = \frac{1}{5} \cdot 1 + 2 \quad \Rightarrow 2{,}2 = 2{,}2 \qquad \Rightarrow C \in g$

Die drei Punkte liegen auf einer Geraden.

4.2 Gerade durch die Punkte A und C bestimmen:

$$m=\frac{8-(-5)}{-3-2}=\frac{13}{-5}=-\frac{13}{5} \qquad \Rightarrow y=-\frac{13}{5}x+t$$

Punkt A einsetzen: $8=-\frac{13}{5}\cdot(-3)+t \qquad \Rightarrow t=\frac{1}{5}$

$$\Rightarrow h: y=-\frac{13}{5}x+\frac{1}{5}$$

B(2,5/-7) einsetzen: $-7=-\frac{13}{5}\cdot 2{,}5+\frac{1}{5} \qquad \Rightarrow -7=-6{,}3 \qquad \Rightarrow B\notin h$

Die drei Punkte liegen nicht auf einer Geraden.

5 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{6}{7}$

6.2 N(3,75/0) und S(0/3)

6.3 $(-0{,}8)\cdot 1{,}25=-1 \Rightarrow$ die Gerade h steht senkrecht auf der Geraden g

6.4 s: y = 1,25x – 2,5

6.5

$$h\cap g: 1{,}25x-4=-0{,}8x+3 \Rightarrow x=3\frac{17}{41}$$

$$\Rightarrow y=1{,}25\cdot 3\frac{17}{41}-4=\frac{11}{41} \qquad \Rightarrow S(3\frac{17}{41}/\frac{11}{41})$$

$$s\cap g: 1{,}25x-2{,}5=-0{,}8x+3 \Rightarrow x=2\frac{28}{41}$$

$$\Rightarrow y=1{,}25\cdot 2\frac{28}{41}-2{,}5=\frac{35}{41} \qquad \Rightarrow S(2\frac{28}{41}/\frac{35}{41})$$

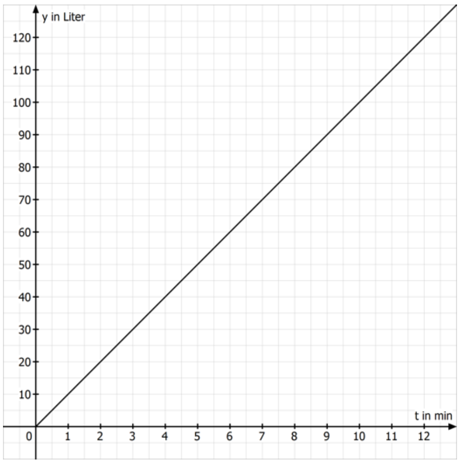
7

$$f(x)=-2{,}5x+4 \qquad g(x)=-4x-5 \qquad h(x)=\frac{1}{4}x+2$$

$$i(x)=\frac{3}{4}x-1{,}5 \qquad j(x)=-\frac{1}{3}x \qquad k(x)=-2{,}5$$

8.1 $y = 10x$

8.2



8.3 Nach drei Minuten befinden sich 30 Liter Wasser in der Wanne.
$10x = 30 \quad \Rightarrow x = 3$

8.4
$y = 12 \cdot 10 = 120$

Nach 12 Minuten hat man 120 Liter Wasser verbraucht.

9.1 $\frac{15}{1,1} = 13,63\,\text{sec}$

9.2 $y = \frac{x}{1,1}$

9.3
Gesamtdauer des Downloads: $\frac{60 \cdot 100}{75} = 80\,\text{sec}$

Der Download dauert noch 20 Sekunden.

10.1 $\frac{3}{2}x - 4 = 0 \quad \Rightarrow x = \frac{8}{3} \qquad S_y(0/-4)$

10.2 $-2(x-1) = 0 \quad \Rightarrow x = 1 \qquad S_y(0/2)$

10.3 $\frac{2}{3}x + \frac{3}{2} = 0 \quad \Rightarrow x = -\frac{9}{4} \qquad S_y(0/1,5)$

11.1

$$\frac{3}{4}x-\frac{27}{4}=x-8 \quad \Rightarrow -\frac{1}{4}x=-\frac{5}{4} \quad \Rightarrow x=5$$

$$\frac{3}{4}x-\frac{27}{4}>x-8 \quad \Rightarrow -\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}>0$$

Skizze von $-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$:

$\Rightarrow x \in \left]-\infty;-5\right[$

11.2

$$\frac{3}{4}x+\frac{7}{2}=-\frac{3}{4}x+\frac{13}{2} \quad \Rightarrow \frac{3}{2}x=3 \quad \Rightarrow x=2$$

$$\frac{3}{4}x+\frac{7}{2}>-\frac{3}{4}x+\frac{13}{2} \quad \Rightarrow \frac{3}{2}x-3>0$$

Skizze von $\frac{3}{2}x-3$:

$\Rightarrow x \in \left]2;\infty\right[$

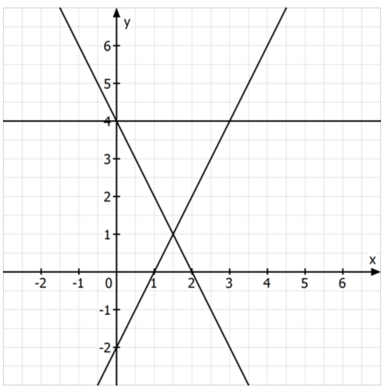
11.3

$2x+2=2x+6 \quad \Rightarrow 0=4 \quad \Rightarrow$ kein gemeinsamer Punkt

$2x+2>2x+6 \quad \Rightarrow 0>4$ (f)

Es gibt kein $x \in \mathbb{R}$, so dass die Gerade f oberhalb der Geraden g verläuft.

12.1



$-2x+4=2x-2 \quad \Rightarrow -4x=-6 \quad \Rightarrow x=1{,}5 \quad \Rightarrow (1{,}5/1)$

$-2x+4=4 \quad \Rightarrow -2x=0 \quad \Rightarrow x=0 \quad \Rightarrow (0/4)$

$2x-2=4 \quad \Rightarrow 2x=6 \quad \Rightarrow x=3 \quad \Rightarrow (3/4)$

12.2 $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot (3-0) \cdot (4-1) = \frac{9}{2}$

13.

$2x+3 = mx-3 \quad \Rightarrow 2x - mx = -6 \quad \Rightarrow (2-m)x = -6$

$\Rightarrow x = \frac{-6}{2-m}$ für $m \neq 2$

Schnittpunkt soll im III.Quadranten liegen, d.h. die x-Koordinate und die y-Koordinate müssen negativ sein:

1) x-Koordinate ist negativ für $m < 2$

2) y-Koordinate $\quad y = 2 \cdot \left(\frac{-6}{2-m} \right) + 3 = \frac{-12}{2-m} + \frac{3(2-m)}{2-m} = \frac{-6-3m}{2-m}$

$(2-m)$ für $m < 2 \Rightarrow \frac{-6-3m}{2-m} < 0$, wenn $-6-3m < 0 \Rightarrow m > -2$

$\Rightarrow -2 < m < 2$

$\frac{-6-3m}{2-m} > -3 \quad \Rightarrow -6-3m > -3(2-m)$ (da $(2-m) > 0$ für $m < 2$)

$\Rightarrow -6-3m > -6+3m \quad \Rightarrow -6m > 0 \quad \Rightarrow m < 0$

$\Rightarrow -2 < m < 0$

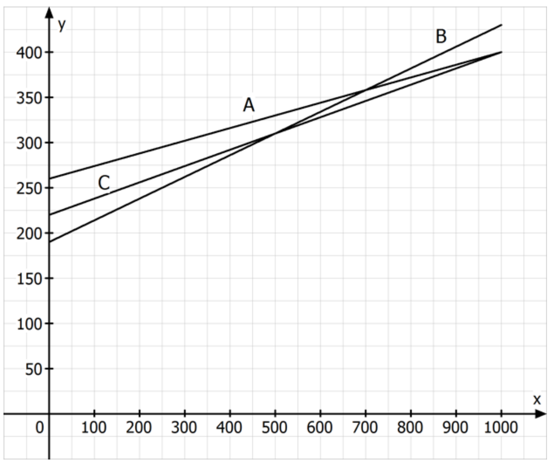
14.1

Modell A: $y = 0{,}14x + 260$

Modell B: $y = 0{,}24x + 190$ mit x gefahrene Kilometer

Modell C: $y = 0{,}18x + 220$

14.2



14.3

Modell A und Modell B:

$0{,}14x+260=0{,}24x+190 \quad \Rightarrow -0{,}1x=-70 \quad \Rightarrow x=700\,\text{km}$

Modell A und Modell C:

$0{,}14x+260=0{,}18x+220 \quad \Rightarrow -0{,}04x=-40 \quad \Rightarrow x=1000\,\text{km}$

Modell B und Modell C:

$0{,}24x+190=0{,}18x+220 \quad \Rightarrow -0{,}06x=-30 \quad \Rightarrow x=500\,\text{km}$

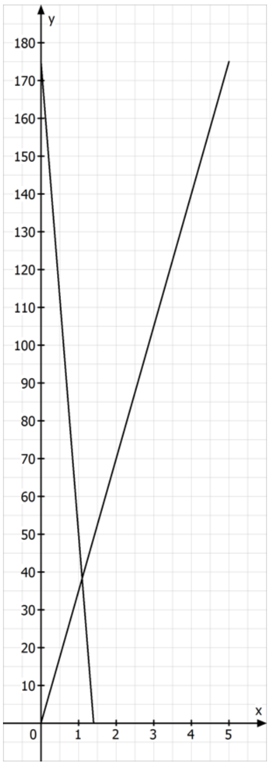
14.4 Bei einer Kilometerleistung von 800 km pro Monat ist Modell C zu empfehlen.

14.5 Bis 500 km pro Monat ist Modell B am günstigsten, zwischen 500 km und 1000 km pro Monat Modell C und ab 1000 km pro Monat Modell A.

15.1

Güterzug A: $y=35x$

$\Rightarrow y=35\cdot 2=70\,\text{km}$



15.2

Schnellzug B: $y=-125x+175$

$\Rightarrow -125x+175=0 \quad \Rightarrow x=1{,}4$

Der Schnellzug B braucht 1,4 Stunden von Beburg nach Astadt.

15.3

$35x=-125x+175 \quad \Rightarrow 160x=175 \quad \Rightarrow x=1{,}09$

Die Züge begegnen sich nach etwa 1,09 Stunden, also um etwa 14:47 Uhr

in einer Entfernung von $35\cdot 1{,}09=38{,}15\,\text{km}$ von Astadt.